3.8 BRZINA PRENOSA GRUPE I FAZE, GRUPNO KAŠNJENJE

Ako posmatramo neki signal u vremenu koji se može opisati realnom funkcijom x (t) koja se može izraziti kao:

$$x(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_x(\omega) \cdot \cos[\omega t - \theta_x(\omega)] \cdot d\omega \qquad 3.29$$

i ako je $A(\omega)$ spektralna gustina amplitude koja sporo varira sa promenom ω, dok $\cos[\omega t - \theta_x(\omega)]$ prolazi kroz veliki broj perioda sa promenom ω, onda saglasno tz. principu stacionarne faze glavni deo signala biće lociran tamo gde je ispunjen usliv:

$$\frac{d}{d\omega}[\omega t - \theta_x(\omega)] = 0 \qquad 3.30$$

U većini problema u telekomunikacijama, postavlja se jedno bitno pitanje, kojom se brzinom prenose signali od tačke predaje do tačke prijema. Signali se mogu prenositi slobodnim prostorom putem EM talasa, ili pomoću fizičkih vodova pri čemu se govori o prostiranju talasa duž voda. Ako posmatramo slučaj, da smo na jednom kraju vrlo dugog voda izazvali perturbaciju nekim realnim aperiodičnim signalom x (t), i neka se spektar ovog signala nalazi u opsegu $[\omega_1 \div \omega_2]$. Ovaj signal na početku voda (l = 0) možemo predstaviti izrazom:

$$x(t) = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} A_x(\omega) \cdot \cos[\omega t - \theta_x(\omega)] \cdot d\omega \qquad 3.31$$

Ako u ovom realnom slučaju spektralna gustina amplitude $A_x(\omega)$ sporo se menja sa ω tj. ako su ispunjeni uslovi stacionirane faze onda se dobija lokacija signala u vremenu na osnovu jed. 3.30 tj. $t = t_1 = \frac{d\theta_x(\omega)}{d\omega}$. Pošto se signal prenosi duž voda onda će posle nekog vremena preći određeni put (l) pri čemu dolazi i do promene njegove faze. Uvođenjem pojma brzine prostiranja faze v_φ može se posmatrati najopštiji slučaj da je brzina v_φ funkcija učestanosti. Pošto signal ima spektar čije komponente imaju razločite ućestanosti, to će svaka komponenta u spektru imati različitu brzinu v_φ. Sredine u kojima prostiranje faze zavisi od učstanosti su tz. disperzivne sredine. Prema tome signal x (t) posle pređenog puta (l) može se opisati funkcijom y (t) koja je data :

$$y(t)=\frac{1}{\pi}\int_{\omega_1}^{\omega_2}A_x(\omega)\cos\left[\omega t-\theta_x(\omega)-\frac{\omega_0\ell}{v_\varphi(\omega)}\right]\cdot d\omega \tag{3.32}$$

Diferencirajući izraz ispod kosinusa u uglastoj zagradi po učestanosti i izjednačavajući ga sa nulom, dobijamo trenutak $t=t_2$ koji predstavlja lokaciju signala y (t).

$$t=t_2=\frac{d\theta_x(\omega)}{d\omega}+\frac{l}{v_\varphi(\omega)}-\left[\frac{\omega l}{v_\varphi^2(\omega)}\cdot\frac{dv_\varphi(\omega)}{d\omega}\right] \tag{3.33}$$

Razlika vremena t_1 i t_2 definiše vreme prostiranja grupe τ_g ili grupno kašnjenje. Lako se dolazi do izraza:

$$\tau_g=t_2-t_1=\frac{d}{d\omega}\left[\frac{\omega l}{v_\varphi(\omega)}\right] \tag{3.34}$$

Brzina prenosa grupe dobija se iz veze $v_g=\dfrac{l}{\tau_g}$ tako da dobijamo:

$$\frac{1}{v_g}=\frac{d}{d\omega}\cdot\left[\frac{\omega}{v_\varphi(\omega)}\right]=\frac{l}{v_\varphi(\omega)}-\frac{\omega}{v_\varphi^2(\omega)}\cdot\frac{dv_\varphi(\omega)}{d\omega} \tag{3.35}$$

Poslednji izraz nam daje vezu između V_g i V_φ, prema tome možemo zaklučiti, da samo u sredinama koje nisu disperzivne tj. kada brzina prostiranja faze ne zavisi od učestanosti važi: $v_g=v_\varphi$.

Ako želimo da dosadašnja razmatranja proširimo tj. uzmemo u obzir pored prostiranja i prenos signala kroz neki sklop, tada se često koristi termin grupno kašnjenje ili vreme kašnjenja grupe umesto vreme prostiranja grupe. Kada se radi o prenosu nekog signala x (t) kroz sistem čija je funkcija prenosa: $H(j\omega)=A(\omega)\cdot e^{-j\theta(\omega)}$ može se izvesti slična analiza. Neka je signal x (t) dat takođe izrazom 3.29, i ako se $A(\omega)$ sporo menja u opsegu $(\omega_1\div\omega_2)$ u odnosu na $\cos[\omega t-\theta_x(\omega)]$, primenjujući princip stacionarne faze trenutak $t_1 = \frac{d\theta_x(\omega)}{d\omega}$. Signal na izlazu iz sistema koji unosi fazno kašnjenje $\theta(\omega)$ može se predstaviti:

$$y(t) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\omega_1}^{\omega_2} A(\omega) \cdot A_x(\omega) \cdot \cos\left[\omega t - \theta_x(\omega) - \theta(\omega)\right] \cdot d\omega \qquad 3.36$$

Primenom principa stacionarne faze, lokacija signala na izlazu sistema biće definisana vremenom $t = t_2$ pri čemu je:

$$t_2 = \frac{d\theta_x(\omega)}{d\omega} + \frac{d\theta(\omega)}{d\omega} \qquad 3.37$$

dok je $\tau_g = t_2 - t_1 = \frac{d\theta(\omega)}{d\omega}$. Odavde vidimo da grupno kašnjenje τ_g predstavlja izvod faznog kašnjenja po učestanosti.U slučaju idealnog sistema imali smo da je $\theta(\omega) = \omega t_0 \pm n\pi$ pa bi dobili da je:

$$\tau_g = \frac{d}{d\omega}\left[\omega t_0 \pm n\pi\right] = t_0 = \text{cons tan.} \qquad 3.38$$

Posmatrajući gornji izraz zaključujemo da sistem kod koga grupno kašnjenje sinusoidalnih komponenti infinitizimalnih amplituda iz opsega $(\omega_1 \div \omega_2)$ ne zavisi od užestanosti, ne unosi fazno izobliženje.

Dalje proširivanje vezano za ove pojmove moglo bi se izvesti i za modulisane signale, koji se takođe prenose u nekom ograničenom opsegu $(\omega_1 \div \omega_2)$. Treba na kraju reći da je fizički smiosao vremena kašnjenja grupe potpuno jasan za onu grupu signala koji imaju vrlo uzan spektar jer se tada princip stacionarne faze tačnije može primeniti, dok odstupanje od ovih uslova (na primer za bilo koju širinu spektra i bilo kakvu faznu karakteristiku, dovodi do toga da pojam kašnjenja signala postaje neodređen. Ako je izobličenje malo može se na izlaznom signalu uočiti neka reperna tačka (maksimum ili minimum) koja tada služi za merenje kašnjenja u protivnom, kada izlaz ne liči na ulaz, nema načina da se vrši tačno merenje vremena kašnjenja.

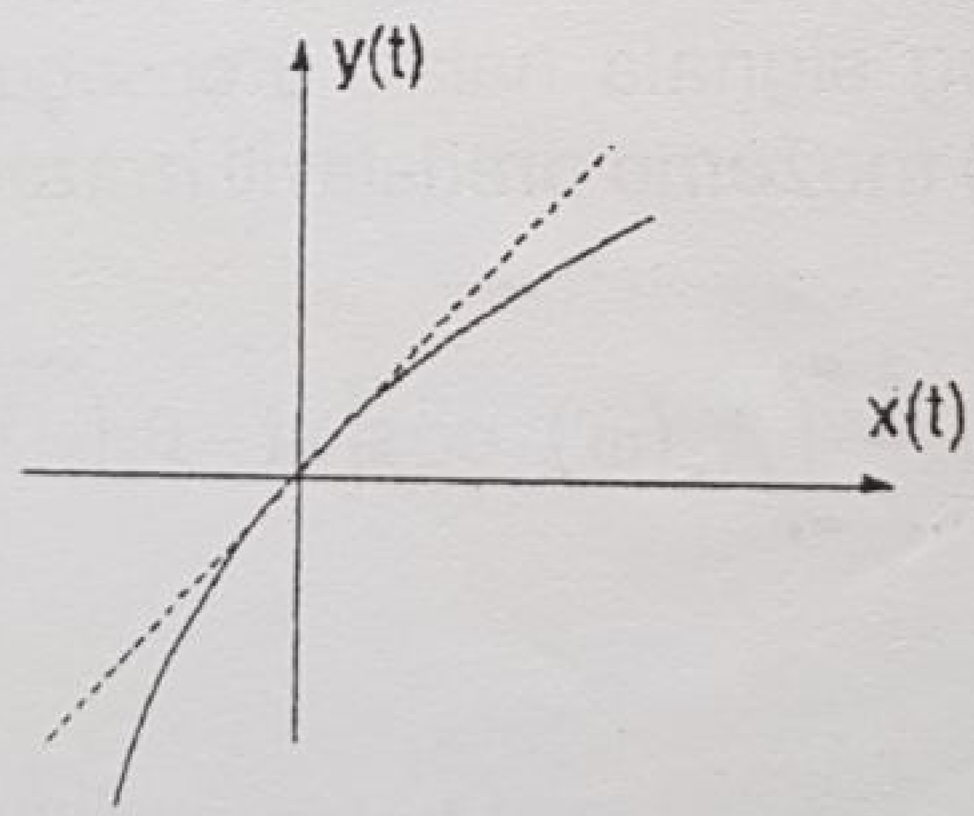
3.9 POJAVA NELINEARNIH IZOBLIČENJA U PRENOSU SIGNALA

Govoreći o linearnim mrežama, napomenuli smo da pri prenosu signala, sistem u celini gledano treba da bude linearan. Međutim u ovim sistemima dolazi do pojave linearnih amplitudskih i faznih izobličenja. Linearni sistemi i pored mogućih izobličenja ne generišu komponente novih učestanosti, koje nisu postojale u spektru ulaznog signala. Ovde važi princip superpozicije, što predstavlja, njihovu važnu karakteristiku.

Nelinearni sklopovi koji su u sastavu sistema za prenos, su uzročnici nelinearnih izobličenja signala, za njih ne važi princip superpozicije, i oni na svom izlazu daju komponente novih učestanosti. U opštem slučaju, nelinearna izobličenja nastaju usled prisustva nelinearnih elemenata u kolima (elektronske cevi, diode, tranzistori, transformatori, prigušnice, mikrofoni, elektrodinamički zvučnici itd.).

Linearni sistemi koje smo do sada analizirali često se zovu i inercioni sistemi. Podgrupa ovih sistema su neinercialni sistemi kod kojih prošlost ne igra nikakvu ulogu jer nemaju elemente za uskladištenje energije (sistemi sa nultom memorijom).

Nelinearni neinercioni sistemi mogu se opisati zavisnošću trenutne vrednosti otpremnog i prijemnog signala tj. “ izlaz - ulaz “. Ova zavisnost može se grafički predstaviti linijom određene zakrivljenosti sl.3.14 ili matematički: $y(t) = g[x(t)]$



Sl.3.14 Nelinearna karakteristika $y(t) = g[x(t)]$

Ako se ova kriva razvije u Mac - Laurinov red, biće nam najčešće dovoljno samo nekoliko prvih članova za aproksimaciju pa možemo pisati:

$$y(t) = a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t) + \ldots + a_n x^n(t) \qquad 3.39$$

U praksi je vrlo teško naći čisto neinercijalni sistem jer svaki sklop zbog svojih parazitnih reaktansi nije neinercijalan, međutim postoji niz nelinearnih sklopova za koje su koeficijenti $a_1, a_2, ..., a_n$ vrlo približno konstanti, u jednom ograničenom opsegu učestanosti. Tipičan primer za to su pojačavači sa cevima, njima su ulazna i izlazna impedansa kao i impedansa opterećenja, čiste otpornosti. Kod tranzistorskih pojačavača je drugačije jer su ulazna i izlazna impedansa kompleksne (uglavnom kapacitivnog karaktera). Međutim , mi ćemo se ograničiti na nelinearne neinercijalne sisteme i osvrnuti se na nelinearna izobličenja.
Ako konstantni koeficijenti $a_2, a_3, ..., a_n$ nisu jednaki nuli, sistem će unositi nelinearna izobličenja pri čemu razlikujemo dve podgrupe:

1. Nelinearna harmonična izobličenja koja su definisana time što u izlaznom signalu (odzivu) osim osnovne učestanosti signala imamo, samo cele umnoške tj. harmonike osnovnog signala.
2. Intermodulaciona izobličenja koja se odlikuju time što se u odzivu, osim osnovnih harmoničnih učestanosti pojavljuju i kombinovane neharmonične učestanosti

Obe grupe izobličenja mogu se javiti u istom sistemu prenosa, zavisno od toga kakva je pobuda. Ako je pobuda prostoperiodični signal jedne učestanosti, onda mogu da nastanu samo harmonična izobličenja, dok ako je x (t) funkcija od najmanje dve ili više sinusoidalnih signala različite učestanosti, nastaju neharmonična izobličenja ili intermodacioni produkti.
Kratkom analizom razmotrićemo slučaj harmoničnih izobličenja. Ako je pobuda signala $x(t) = X \cdot \cos(\omega t)$ i u prenosnom sistemu postoje samo kvadratna nelinearna izobličenja, onda na izlazu imamo:
$y(t) = a_1 x(t) + a_2 x^2(t)$ ili:

$$y(t) = a_1 X \cos(\omega t) + a_2 X^2 \cos^2(\omega t) = a_1 X \cos(\omega t) + \frac{a_2 X^2}{2} \cos(2\omega t) + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot a_2 X^2 \qquad 3.40$$

Uz prvi član, koji predstavlja neizobličeni ulazni signal na izlazu, zapažamo jedan konstantni član $\left(\frac{1}{2}\right) \cdot a_2 X^2$ i jedan član sa dvostrukom učestanošću $(2\omega t)$, koja je karakteristična za kvadratna izobličenja

Ako posmatramo slučaj kubnih izobličenja tj. kada je: $y(t) = a_1 X(t) + a_3 X^3(t)$ dobili bi razvijanjem izraza:

$$y(t) = a_1 X\cos(\omega t) + \left(\frac{3}{4}\right)\cdot a_3 X^3 \cos(\omega t) + \left(\frac{1}{4}\right)\cdot a_3 X^3 \cos(3\omega t) \quad 3.41$$

Član u jednačini 3.41, koji sadrži trostruku učestanost osnovnog harmonika, tipičan je za kubna izobličenja. Takođe zapažamo da u ovom slučaju dolazi i do promene amplitude osnovnog harmonika na izlazu, koji se povećava ili smanjuje zavisno od predznaka koeficijenta a_3. Kod kvadratnog izobličenja te pojave nije bilo. U opštem slučaju član oblika $Y_1 \cdot \cos(\omega t)$ mogao bi da bude odziv, veran, pobudi jer mu je vremenski oblik isti ali amplituda Y_1 nije direktno srazmerna sa amplitudom pobude, već je polinom po X:

$$Y_1 = a_1 X + \left(\frac{3}{4}\right)\cdot a_3 X^3 + \left(\frac{3}{8}\right) a_5 X^5 + \ldots \quad 3.42$$

Konstantni član (svi članovi bez kosinusa) na izlazu mogu se obeležiti sa Y_0 i ovo se naziva jednosmerna komponenta izlaznog signala.

$$Y_0 = \left(\frac{1}{2}\right)\cdot a_2 X^2 + \left(\frac{3}{8}\right)\cdot a_4 X^4 + \ldots \quad 3.43$$

Na sličan način mogu se napisati i amlitude signala uz ostale više harmonike tj. $Y_2, Y_3 \ldots Y_n$.

3.10 KLIRFAKTOR ZA HARMONIČNA IZOBLIČENJA

Iz navedenih primera vidimo da je svako nelinearno izobličenje praćeno pojavom parazitnih produkata u vidu viših harmonika. Stoga je normalno da se za objektivno merenje nelinearnih izobličenja uzme jačina svih viših harmonika. Harmonična izobličenja karakterišemo koeficijentom harmoničnih izobličenja - klirfaktorom. Ako su $Y_1, Y_2 \ldots Y_n$ amplitude prvog, drugog, trećeg itd. harmonika onda se klirfaktor K definiše preko izraza:

$$K=\sqrt{\frac{Y_2^2+Y_3^2+\ldots}{Y_1^2+Y_2^2+Y_3^2+\ldots}} \quad 3.44$$

a njegova vrednost je uvek veća od nule a manja od jedinice.

Pored ovako definisanog opšteg klir faktora šesto je korisno znati i parcijalne klirfaktore: parcijalni klirfaktor n-tog reda biće:

$$K_n=\sqrt{\frac{Y_n^2}{Y_1^2}}=\frac{Y_n}{Y_1} \quad 3.45$$

Osim pojma parcijalnih klirfaktora, vrlo često je u upotrebi i pojam slabljenja harmoničnog izobličenja n-tog reda a definiše se kao prirodni logaritam recipročne vrednosti klirfaktora :

$$a_{hn}=\ln\left(\frac{1}{K_n}\right)=20\log\left(\frac{1}{K_n}\right) \quad 3.46$$

Pošto je klirfaktor uvek manji od jedinice, slabljenje klirfaktora uvek je pozitivno daje se u N ili dB.

3.11 INTERMODULACIONA IZOBLIČENJA

Ova vrsta izobličenja nastaje kada je ulazni signal komponovan od bar dve elementarne sinusoidalne funkcije:

$$x(t)=X_1\cos\omega_1 t+X_2\cos\omega_2 t \quad 3.47$$

Za slučaj kvadratnog izobličenja dobićemo u odzivu, od člana $a_2x^2(t)$ sledeće:

$a_2x^2(t)=a_2\left(x_1\cos\omega_1 t+x_2\cos\omega_2 t\right)^2$, razvijanjem ovog izraza dobijamo:

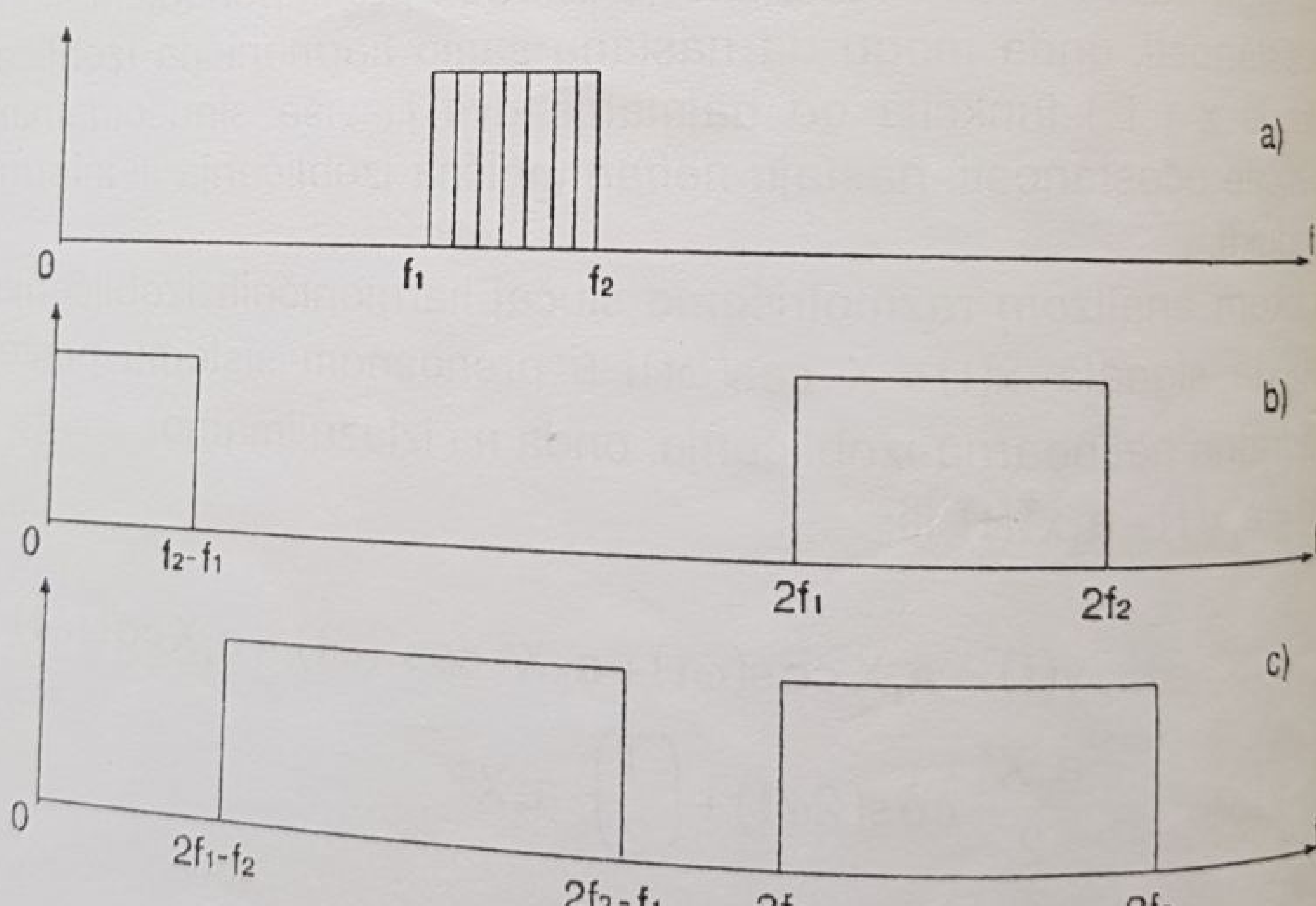
$$a_2X^2(t)=\frac{1}{2}a_2\left(X_1^2+X_2^2\right)+\frac{1}{2}a_2X_1^2\cos\left(2\omega_1 t\right)+\frac{1}{2}a_2X_2^2\cos\left(2\omega_2 t\right)+$$
$$a_2X_1X_2\cos\left(\omega_1+\omega_2\right)t+a_2X_1X_2\cos\left(\omega_1-\omega_2\right)t$$

3.48

Vidimo da kvadratni član funkcije $\left[a_2 x^2(t)\right]$ doprinosi pojavi, pored harmoničnih učestanosti $2\omega_1, 2\omega_2$ i pojavi neharmoničnih kombinovanih učestanosti $\omega_1 + \omega_2$, $\omega_1 - \omega_2$. Ako bi pustili da isti signal deluje na sistem sa kubnim članom polinoma $a_3 x^3(t)$ dobili bi kombinacije $(\omega_1 \pm 2\omega_2)$, $(\omega_2 \pm \omega_1)$. Ukojiko bi ulazni signal sadržavao tri ili više elementarnih signala, spektar harmoničnih i neharmoničnih komponenti postaje sve složeniji, što je viši red nelinearnog izobličenja.

Ako u krajnjem slučaju posmatramo kontinualni spektar nekog signala koji zahteva opseg učestanosti od $f_1 \div f_2$ onda bi u slučaju kvadratnog izobličenja imali na izlazu spektar: $0 \div (f_1 - f_2)$ i $2f_1 \div 2f_2$ što znači da prvi ima istu širinu kao i ulazni, dok je drugi dvostruko širi.

U ovom slučaju opsezi se mogu odvojiti od korisnog izlaznog signala, nekim kvalitetnim filterom, ako je ispunjen usliv $f_2 < 2f_1$ tj. ako je širina ulaznog signala manja od jedne oktave. Međutm u slučaju kubnog izomličenja došlo bi do pojave takođe dva opsega i to: $(2f_1 - f_2) \div (2f_2 - f_1)$ i $(3f_1 \div 3f_2)$. Ako oba slučaja prikažemo grafički sl.3.15 vidimo da se u drugom slučaju opseg, $(2f_1 - f_2) \div (2f_2 - f_1)$ poklapa sa korisnim opsegom na izlazu a to znači da se štetne posledice kubnog izobličenja ne mogu eliminisati filtriranjem.



Sl.3.15 a) Kontinualni spektar korisnog signala
b) parazitni spektri u slučaju kvadratnih izobličenja
c) Parazitni spektri u slučaju kubnih izobličenja

Ovim putem moglo bi se ispitivanje nastaviti i dalje, i došlo bi se do konstatacije da se parazitni produkti uvek pojavljuju u vidu harmonika i intermodulacionih produkta. Nelinearnost sistema, možemo reći u izvesnom broju slučajeva je nepoželjan međutim u nekim slučajevima je neophodna. Određene operacije i postupci obrade signala kao što su razne vrste modulacije i demodulacije, kompresija i ekspanzija dinamike, dobijanje međufrekventne učestanosti u stepenima za promenu učestanosti itd. obavljaju se isključivo nelinearnim sistemom.

Ako je potrebno suzbiti nelinearna izobličenja u nekom slučaju, pribegava se raznim metodama, kao što su kobinovanja pojedinih sekcija koje imaju komplementarne karakteristike, primenom negativne povratne sprege (kod pojačavača) i tome slično.